

Катедра за управљање системима

ТЕОРИЈА СИСТЕМА

**Предавање 7: Преносна функција
сложених система и Мејсоново правило**



UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

План предавања 2018/2019

1. Увод и историјски развој теорије система
2. Основни појмови - систем, модел система, улаз и излаз
3. Врсте сигнала, дискретизација и теорема одабирања
4. Улазно-излазни опис, одзив система и преносна функција
5. Стање, особина сагласности стања и аналогни модел
6. Модел у простору стања, преносна функција и линеаризација
- 7. Преносна функција сложених система и Мејсоново правило**
8. Матрица прелаза стања и фундаментална матрица, управљивост, достижљивост и осмотривост
9. Управљива, осмотрива и Јорданова канонична форма
10. Управљивост и осмотривост стационарних и нестационарних континуалних система
11. ОУОИ стабилност
12. Асимптотска стабилност, стабилност у смислу Љапунова

Да се подсетимо...

Преносна функција која одговара У/И:

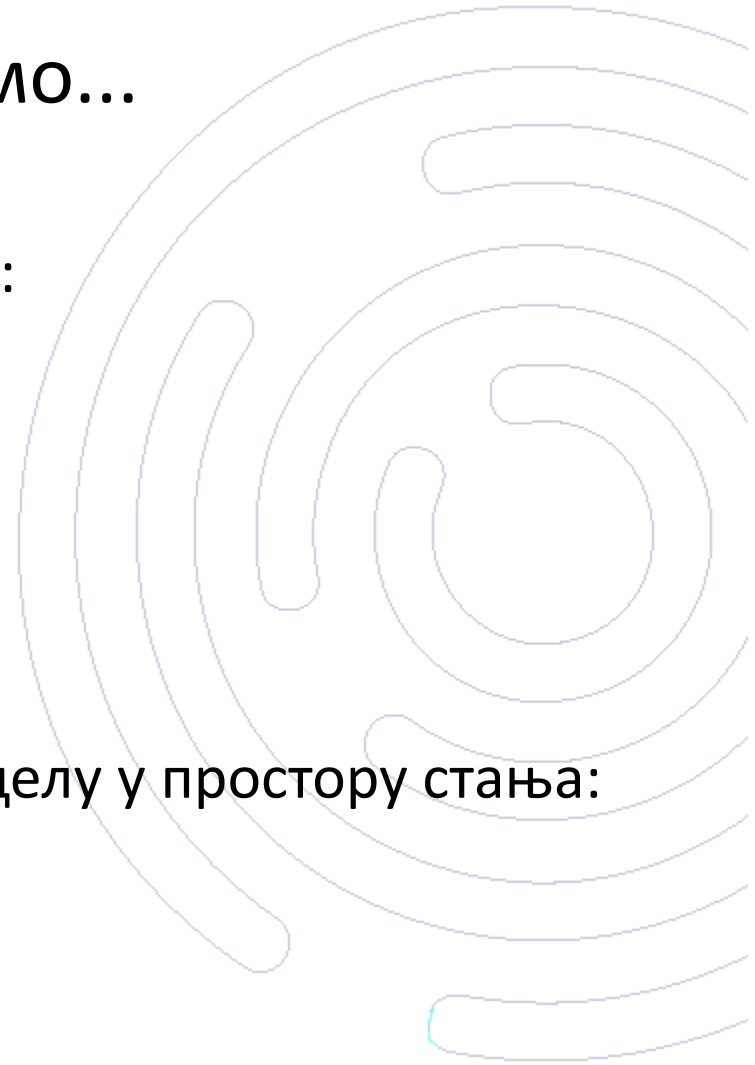
$$G(s) = Y(s)/U(s)$$

$$G(z) = Y(z)/U(z)$$

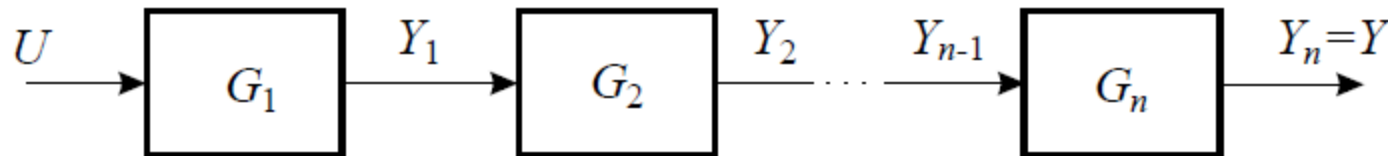
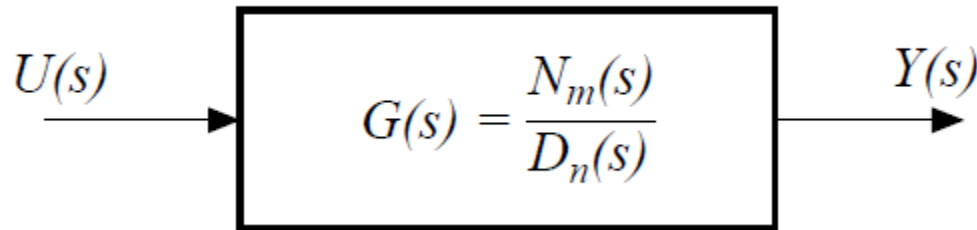
Преносна функција која одговара моделу у простору стања:

$$G(s) = H \cdot (s \cdot I - F)^{-1} \cdot G + D$$

$$G(z) = H \cdot (z \cdot I - F)^{-1} \cdot G + D$$

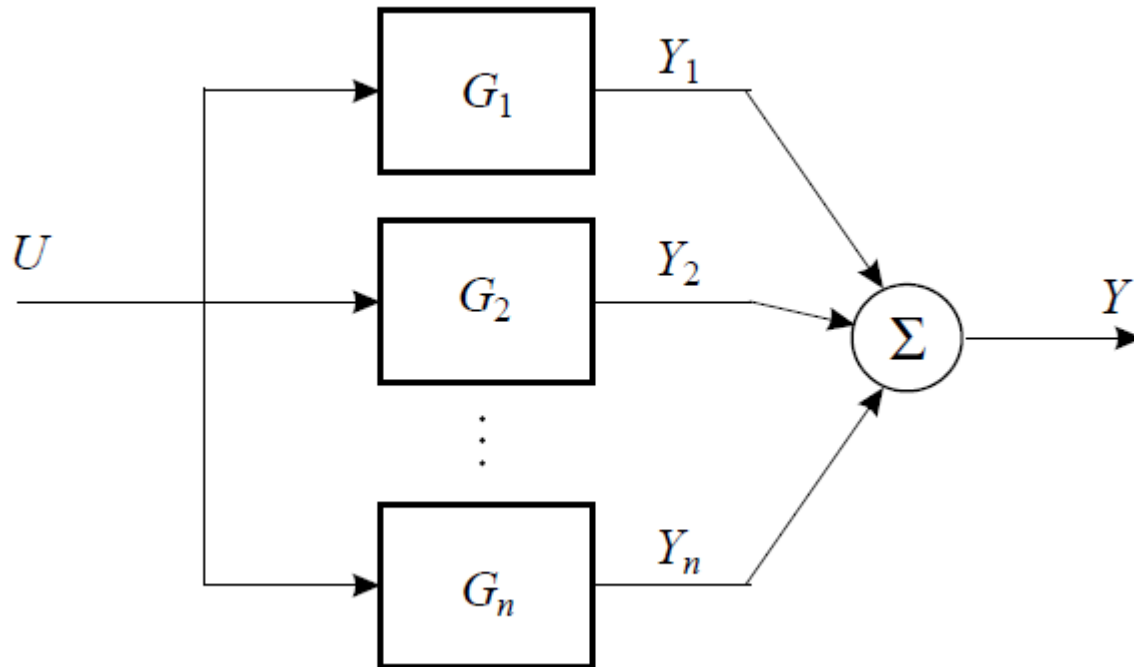


Алгебра преносне функције – редна веза



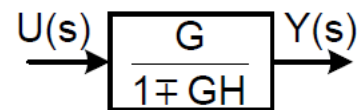
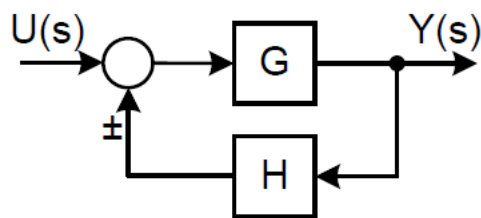
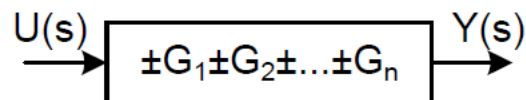
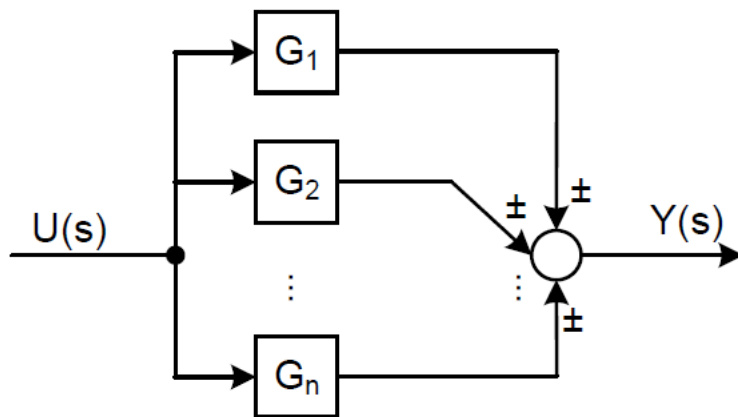
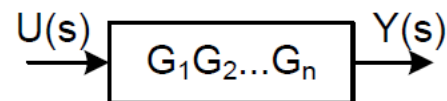
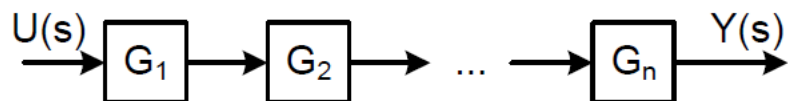
$$G(s) = G_1(s)G_2(s) \cdots G_n(s) = \prod_{i=1}^n G_i(s)$$

Алгебра преносне функције – паралелна веза

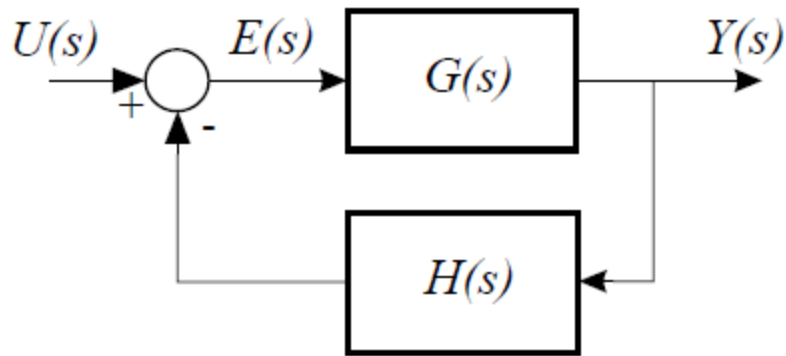


$$G(s) = G_1(s) + G_2(s) + \dots + G_n(s) = \sum_{i=1}^n G_i(s)$$

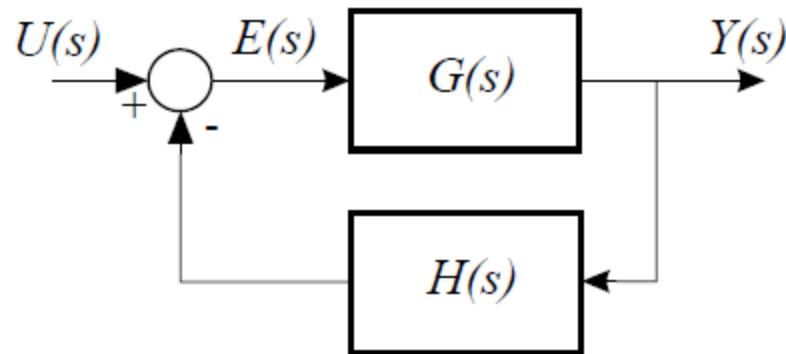
Еквивалентна трансформације



Алгебра преносне функције – повратна спрега



Алгебра преносне функције – повратна спрега



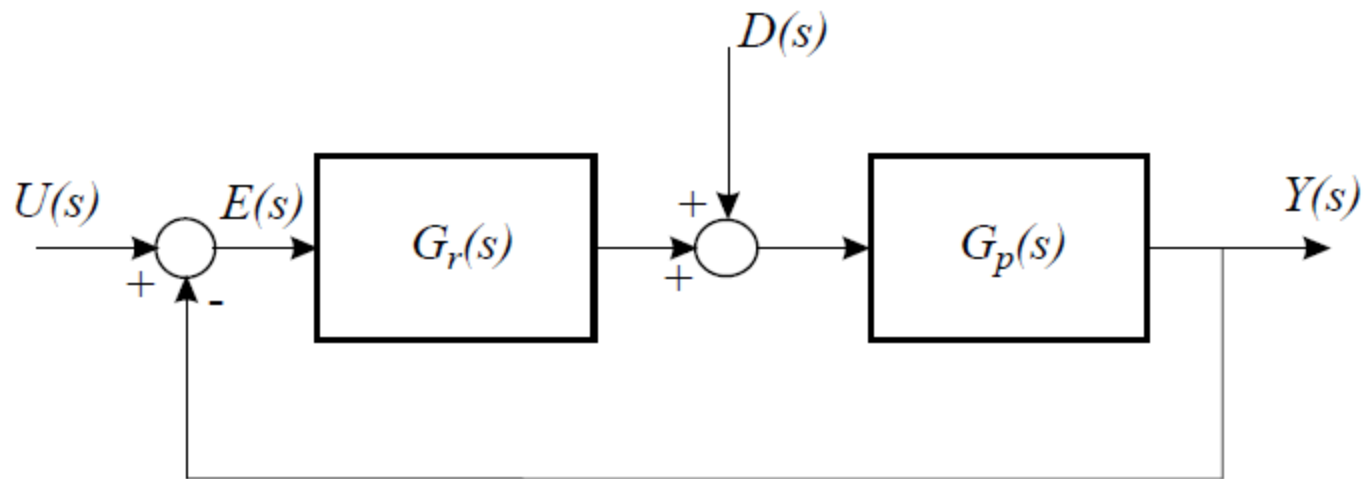
$$Y(s) = G(s)E(s)$$

$$E(s) = U(s) - H(s)Y(s)$$

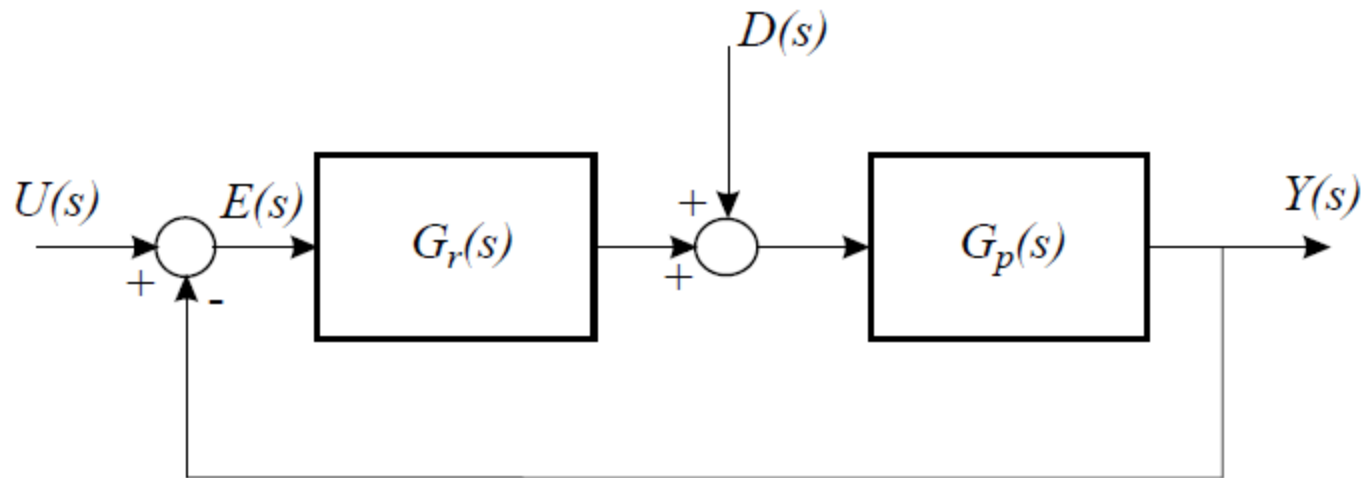
$$Y(s) = G(s)U(s) - G(s)H(s)Y(s)$$

$$M(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Основна структура управљачког система



Основна структура управљачког система



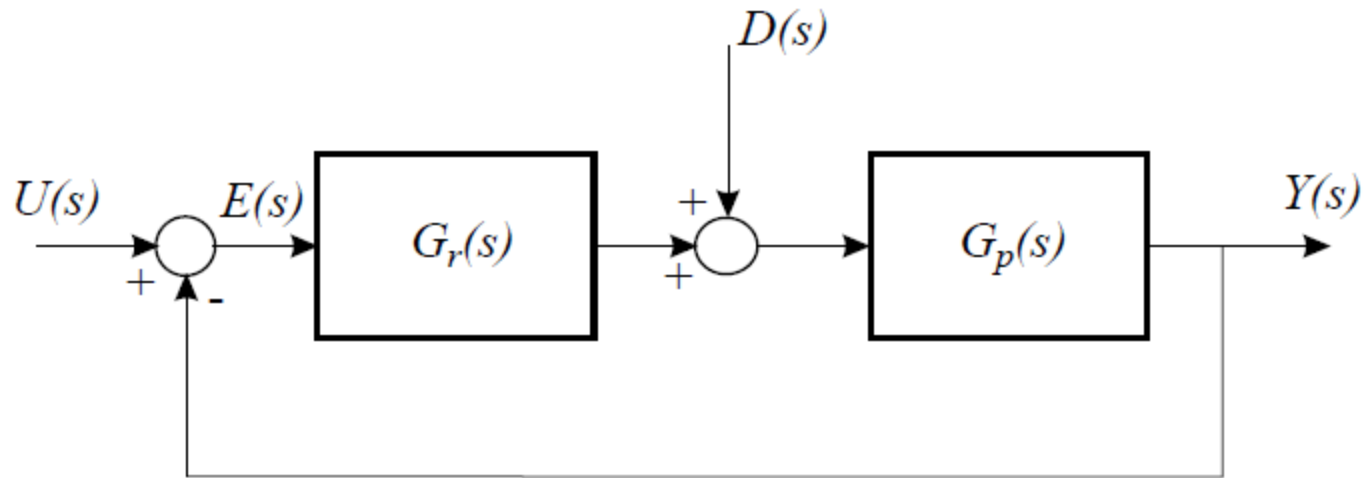
$$D(s) = 0, Y(s) = G_p(s)G_r(s)E(s)$$

$$E(s) = U(s) - Y(s)$$

$$Y(s) = G_p(s)G_r(s)U(s) - G_p(s)G_r(s)Y(s)$$

$$M(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_p(s)G_r(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)}$$

Основна структура управљачког система



$$U(s) = 0, E(s) = -Y(s)$$

$$Y(s) = G_p(s)[D(s) + G_r(s)E(s)] = G_p(s)D(s) - G_p(s)G_r(s)Y(s)$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)}$$

Примена MATLAB-а за преносну функцију сложених система

Континуални систем представљен је следећим преносним функцијама:

$$G_1(s) = \frac{5}{s \cdot (s+1) \cdot (s+2)}, \quad G_2(s) = \frac{s+4}{s+5}$$

Коришћењем MATLAB-а одредити преносну функцију система:

а) са редном везом.

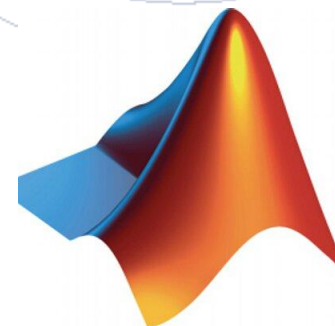
```
series(num1, den1, num2, den2)
```

б) са паралелном везом.

```
parallel(num1, den1, num2, den2)
```

в) са повратном спрегом.

```
feedback(num1, den1, num2, den2, -1)
```



Примена МАТЛАВ-а за преносну функцију сложених система

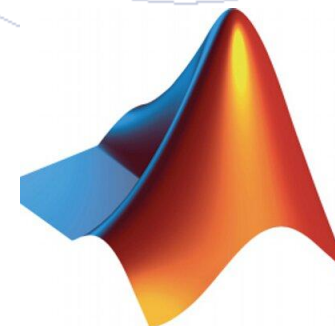
Коришћењем МАТЛАВ-а одредити преносну функцију система:

- а) са редном везом.
- б) са паралелном везом.
- в) са повратном спрегом.

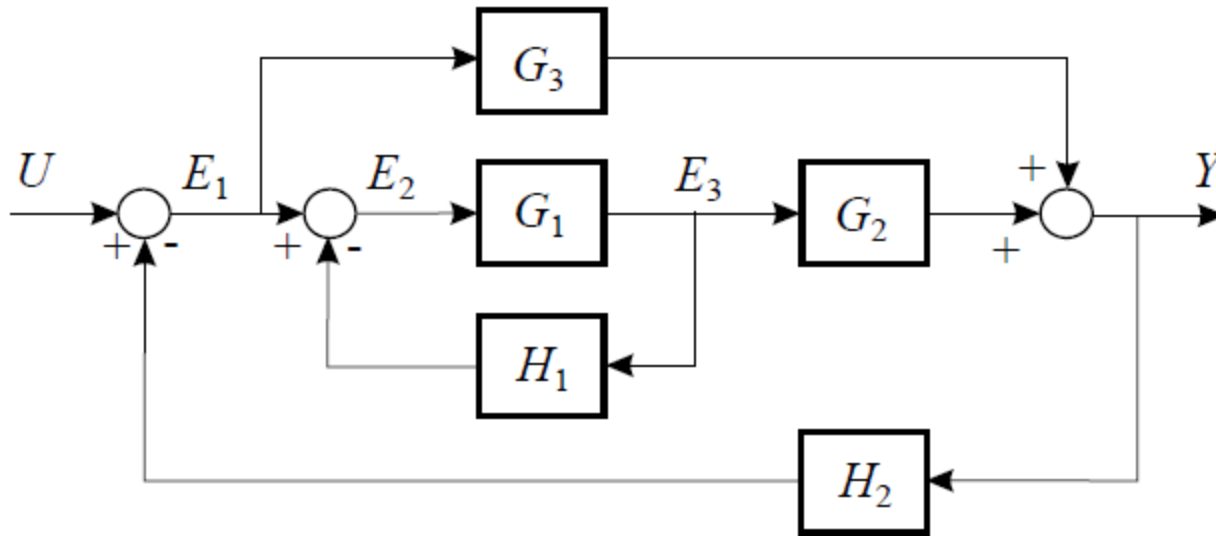
$$G_1(s) \cdot G_2(s) = \frac{5 \cdot s + 20}{s^4 + 8 \cdot s^3 + 17 \cdot s^2 + 10 \cdot s}$$

$$G_1(s) + G_2(s) = \frac{s^4 + 7 \cdot s^3 + 14 \cdot s^2 + 13 \cdot s + 25}{s^4 + 8 \cdot s^3 + 17 \cdot s^2 + 10 \cdot s}$$

$$\frac{G_1(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)} = \frac{5 \cdot s + 25}{s^4 + 8 \cdot s^3 + 17 \cdot s^2 + 15 \cdot s + 20}$$



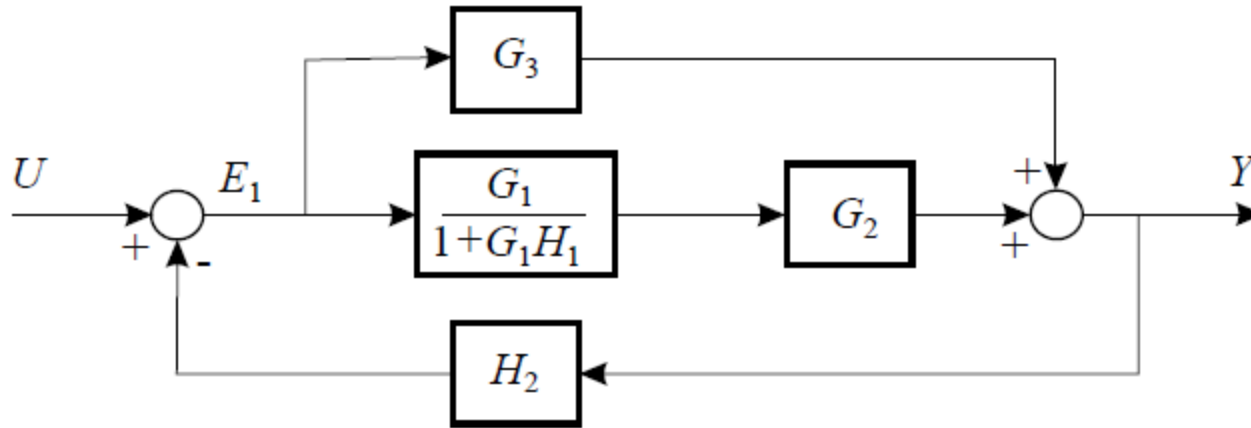
Пример 1 – алгебра блок дијаграм



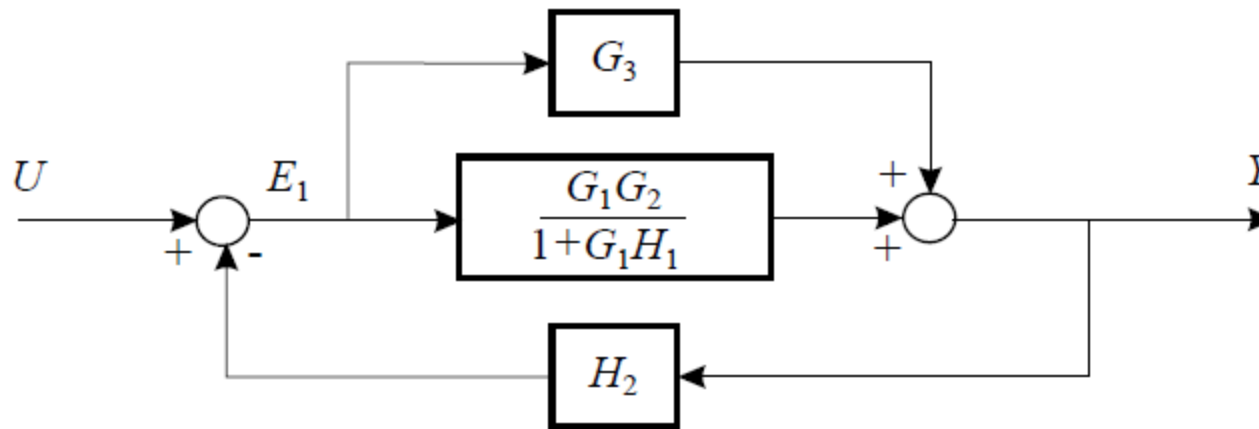
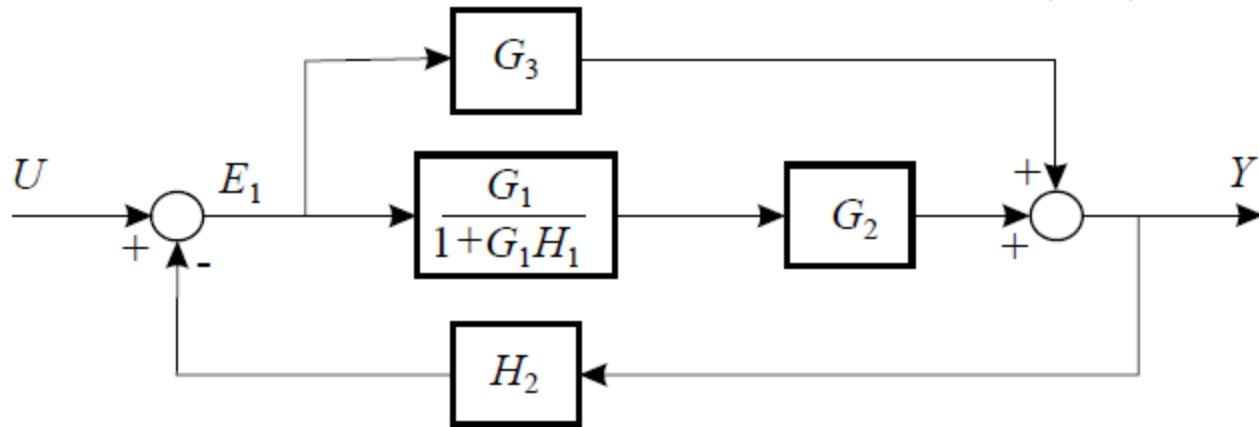
$$G_1(s) = \frac{5}{s(s+1)}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s}, \quad G_3(s) = 2$$

$$H_1(s) = \frac{s}{s+4}, \quad H_2(s) = \frac{5s}{s+2}$$

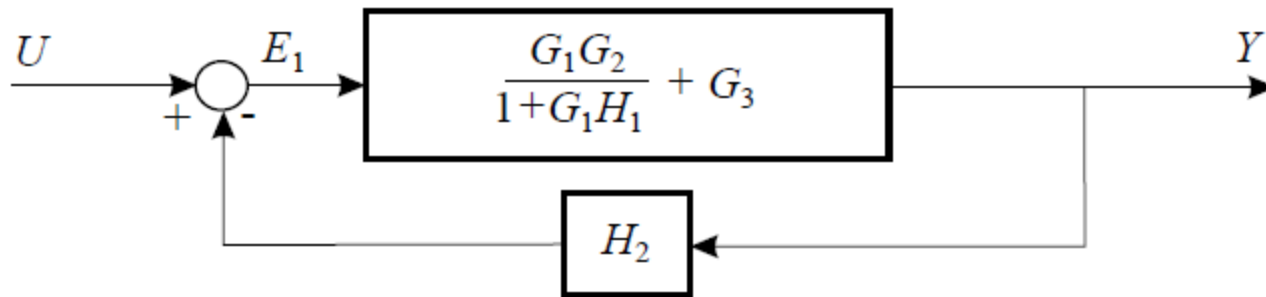
Пример 1 – алгебра блок дијаграм



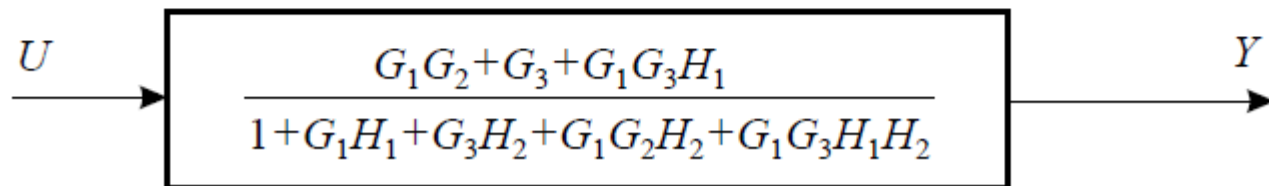
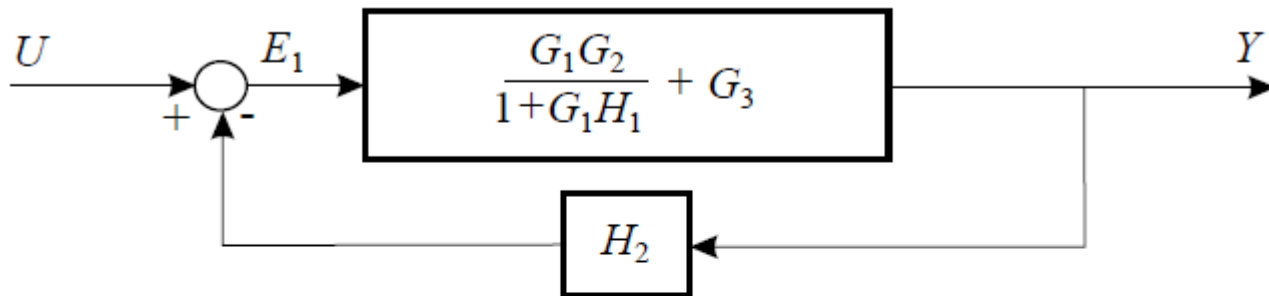
Пример 1 – алгебра блок дијаграм



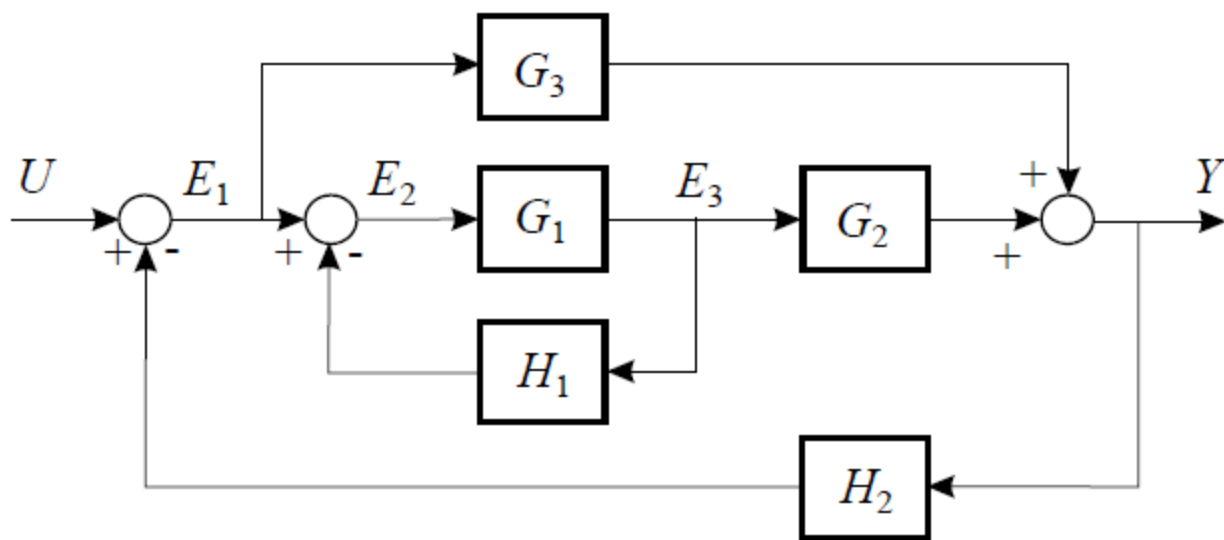
Пример 1 – алгебра блок дијаграм



Пример – алгебра блок дијаграм

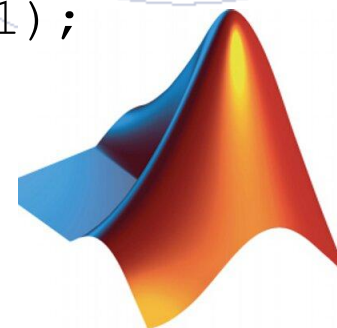


Пример 1 – еквивалентна трансформација у MATLAB-у



Коришћењем MATLAB-а одредити преносну функцију сложеног система са:

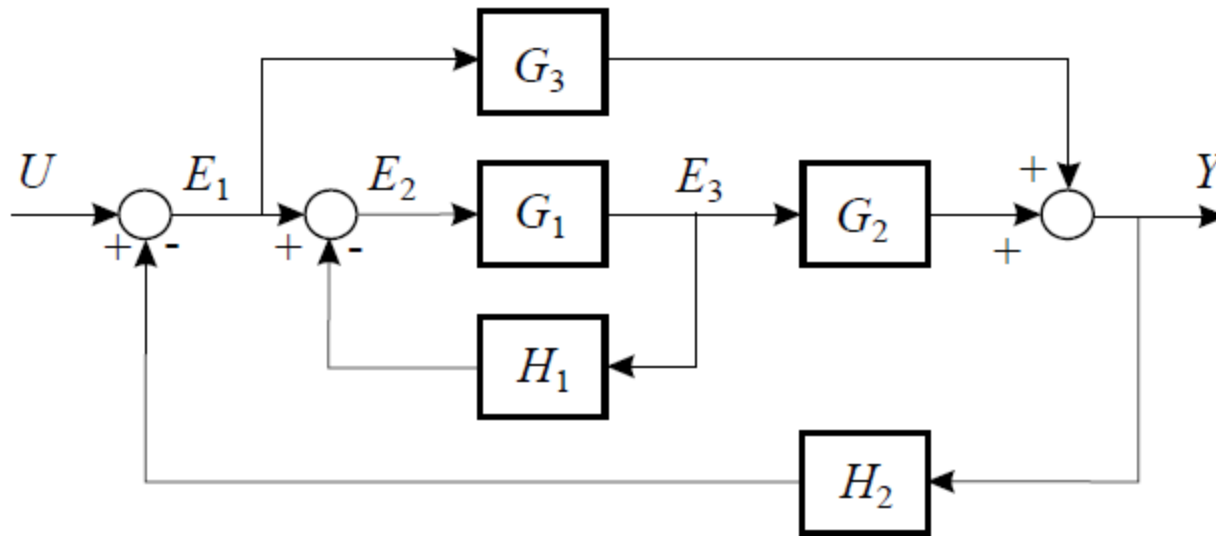
```
[n,d]=feedback([0 0 5],[1 1 0],[1 0],[1 4],-1);  
[n,d]=series(n,d,[0 2],[1 0]);  
[n,d]=parallel(n,d,[2],[1]);  
[n,d]=feedback(n,d,[5 0],[1 2],-1);  
printsys(n,d,'s')
```



Пример 1 – алгебра блок дијаграм

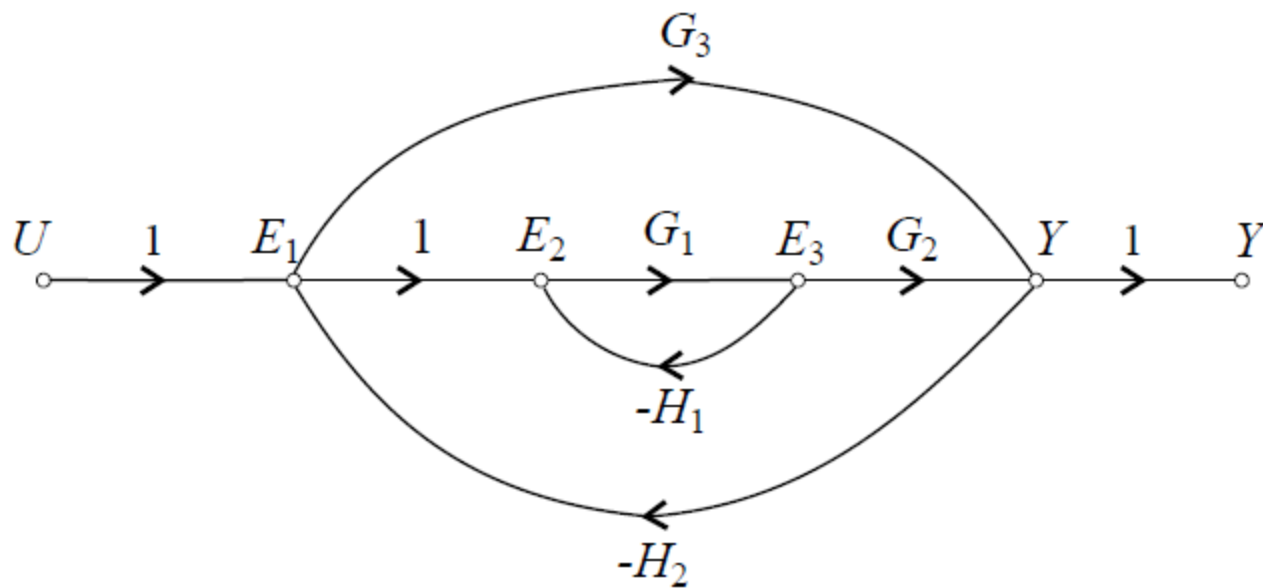
$$G_1(s) = \frac{5}{s(s+1)}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s}, \quad G_3(s) = 2$$

$$H_1(s) = \frac{s}{s+4}, \quad H_2(s) = \frac{5s}{s+2}$$



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2s^5 + 14s^4 + 38s^3 + 46s^2 + 60s + 80}{11s^5 + 57s^4 + 109s^3 + 68s^2 + 200s}$$

Пример 1 – Мејсоново правило



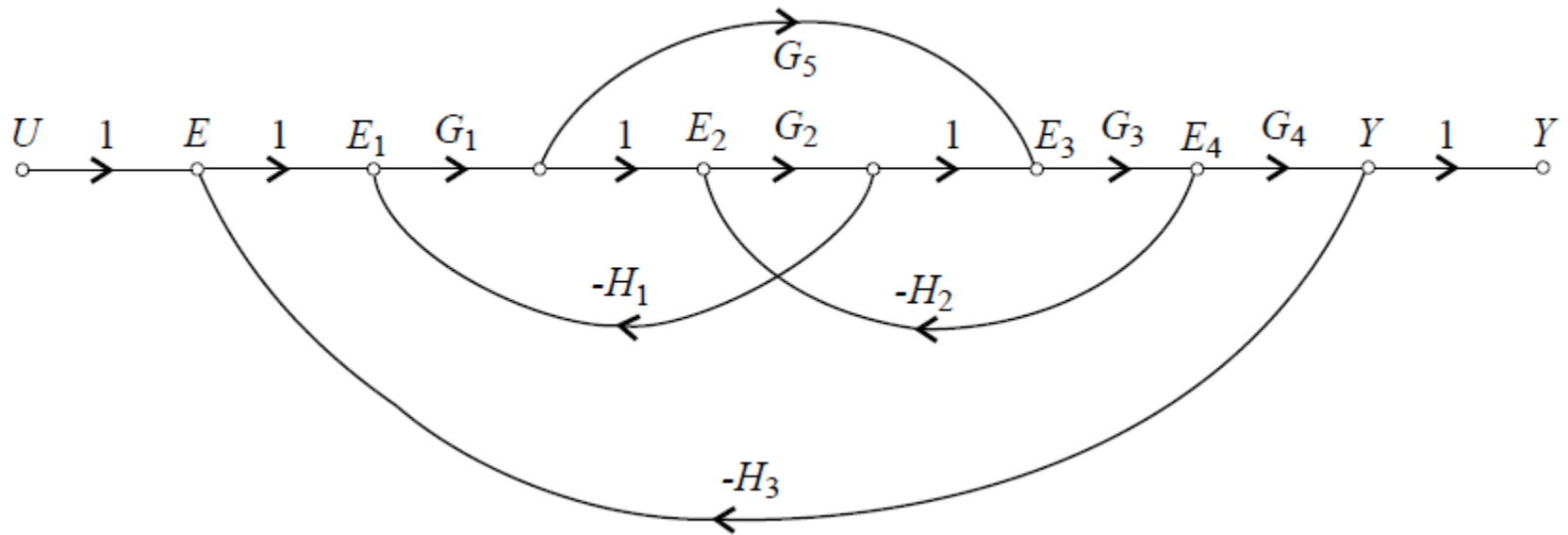
Пример 1 – Мејсоново правило

$$P_1 = G_1G_2, \quad P_2 = G_3, \quad L_1 = -G_1H_1, \quad L_2 = -G_3H_2, \quad L_3 = -G_1G_2H_2$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_2, \quad \Delta_1 = 1, \quad \Delta_2 = 1 - L_1$$

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{P_1 + P_2(1 - L_1)}{1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_2} \\ &= \frac{G_1G_2 + G_3 + G_1G_3H_1}{1 + G_1H_1 + G_3H_2 + G_1G_2H_2 + G_1G_3H_1H_2} \end{aligned}$$

Пример 2 – Мејсоново правило



Пример 2 – Мејсоново правило

$$P_1 = G_1G_2G_3G_4, \quad P_2 = G_1G_5G_3G_4$$

$$L_1 = -G_1G_2H_1, \quad L_2 = -G_2G_3H_2, \quad L_3 = G_1G_5G_3H_2G_2H_1$$

$$L_4 = -G_1G_5G_3G_4H_3, \quad L_5 = -G_1G_2G_3G_4H_3$$

$$\Delta_1 = 1, \quad \Delta_2 = 1$$

$$\Delta = 1 + G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3G_4H_3 + G_1G_5G_4H_3 - G_1G_5G_3H_2G_2H_1$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} =$$

$$\frac{G_1G_2G_3G_4 + G_1G_3G_4G_5}{1 + G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3G_4H_3 + G_1G_3G_4G_5H_3 - G_1G_2G_3G_5H_1H_2}$$