Катедра за управљање системима

ТЕОРИЈА СИСТЕМА

Предавање 2: Основни појмови - систем, модел система, улаз и излаз

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF ORGANIZATIONAL SCIENCES

План предавања 2018/2019.

1. Увод и историјски развој теорије система
2. **Основни појмови - систем, модел система, улаз и излаз**
3. Врсте сигнала, дискретизација и теорема одабирања
4. Улазно-излазни опис, одзив система и преносна функција
5. Стање, особина сагласности стања и аналогни модел
6. Модел у простору стања, преносна функција и линеаризација
7. Преносна функција сложених система и Мејсоново правило
8. Матрица прелаза стања и фундаментална матрица, управљивост, достижљивост и осмотривост
9. Управљива, осмотрива и Јорданова канонична форма
10. Управљивост и осмотривост стационарних и нестационарних континуалних система
11. ОУОИ стабилност
12. Асимптотска стабилност, стабилност у смислу Љапунова

Да се подсетимо...

- Особине теорије система?
- Објекат проучавања?
- Предмет проучавања?
- Циљ проучавања?

Да се подсетимо...

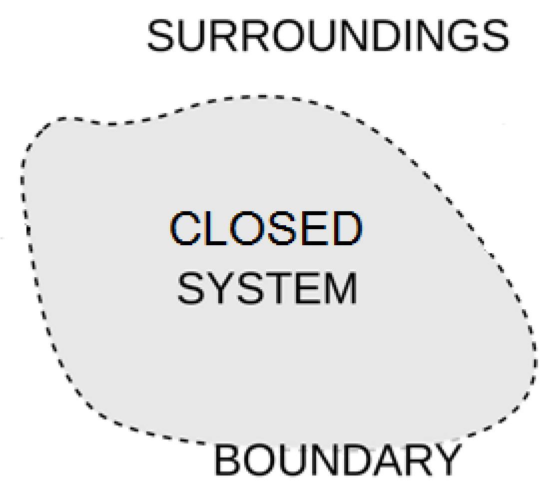
- Особине:
  - **Динамика**: проучава појаве и процесе у њиховом кретању и развоју
  - **Моделовање**: свођење процеса управљања на модел
- Објекат проучавања:
  - Динамички системи
- Предмет проучавања:
  - Информациони процеси који су повезани са динамичким системом којим се управља
- Циљ проучавања:
  - Откривање принципа и метода за постизање најефикаснијих резултата управљања

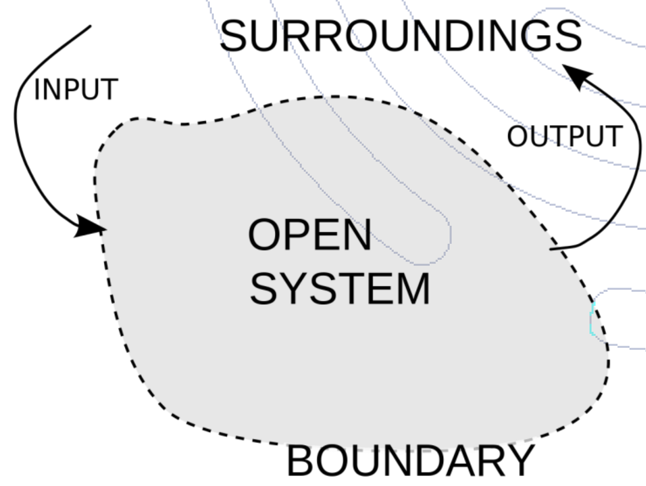
Реалан (физички) систем

- *Пример:* Факултет као систем
- **Реалан систем** је скуп јединица (елемената, делова, уређаја, органа) функционално повезаних у једну целину ради остварења одређеног циља коришћењем, претварањем и разменом енергије, материје и/или информација.
- Реалан систем представља функционалну целину која не мора да буде и физичка целина.
  - *Пример*: софтвер за електронско банкарство, платформа за трговање на берзи
- При томе су битне међусобне **везе и утицаји елемената** система, а не само елементи понаособ. Састав елемената и начин њиховог повезивања одређује **структуру** система.
- Један исти скуп објеката се може различито посматрати у зависности од онога ко разматра систем и са којим циљем.
  - *Пример*: компанија

Систем и спољашња средина (окружење)

- Утицај средине на систем и обратно
- Дејства спољне средине на систем се називају **улази** у систем
- Дејства система на спољну средину **излази** из система
- Затворен и отворен систем



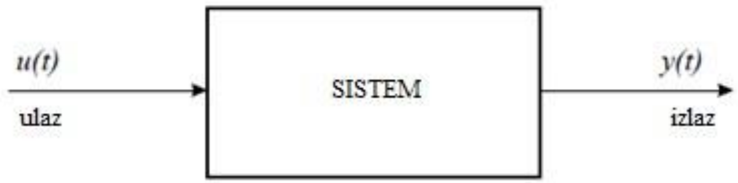


Улазне и излазне величине

- **Улазна величина система** (**улазно дејство**) је спољно дејство које битно утиче на понашање система.
  - *Пример*: управљање кретања авионом, текући рачун итд.
- **Излазна величина система** је спољно дејство система на окружење и представља резултат динамичког понашања система.
- Две врсте улазних величина:
  - Оне којима можемо да управљамо и
  - Оне којима не можемо да управљамо (поремећаји).

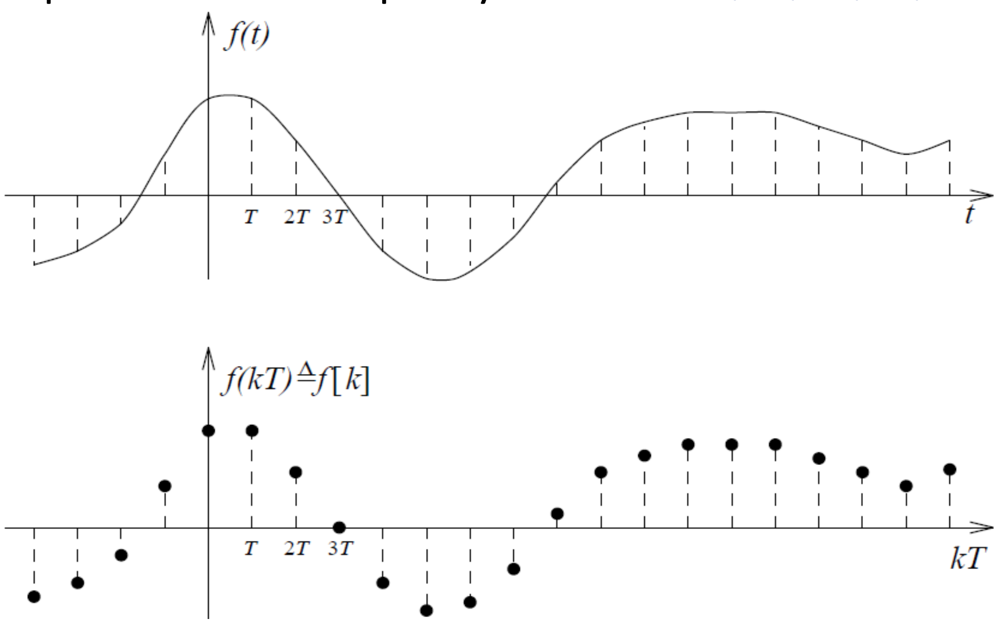
Системи, сигнали и одзив система

- **Систем** је скуп међусобно повезаних елемената који делују као целина и има способност да када је побуђен неким сигналом на свом улазу произведе одговарајућу реакцију (одзив) на свом излазу.
- **Сигнал** је временски променљив физички феномен који носи неку информацију.
- Промене понашања система прате се преко једног или више излазних сигнала који могу да се посматрају као одзив система (енг. *system response*) на побуду која делује на његовом улазу.
- Сваки систем се може посматрати као пресликавање скупа улазних сигнала *U* у скуп излазних сигнала *Y*.



Континуални и дискретни сигнали

- Врсте сигнала у зависности од времена у коме посматрамо систем:
  - **Континуални сигнали**: дефинисани у сваком тренутку времена на неком временском интервалу (аналогни сигнали).
  - **Дискретни сигнали**: дефинисани само у одређеним тренутцима времена на неком временском интервалу.



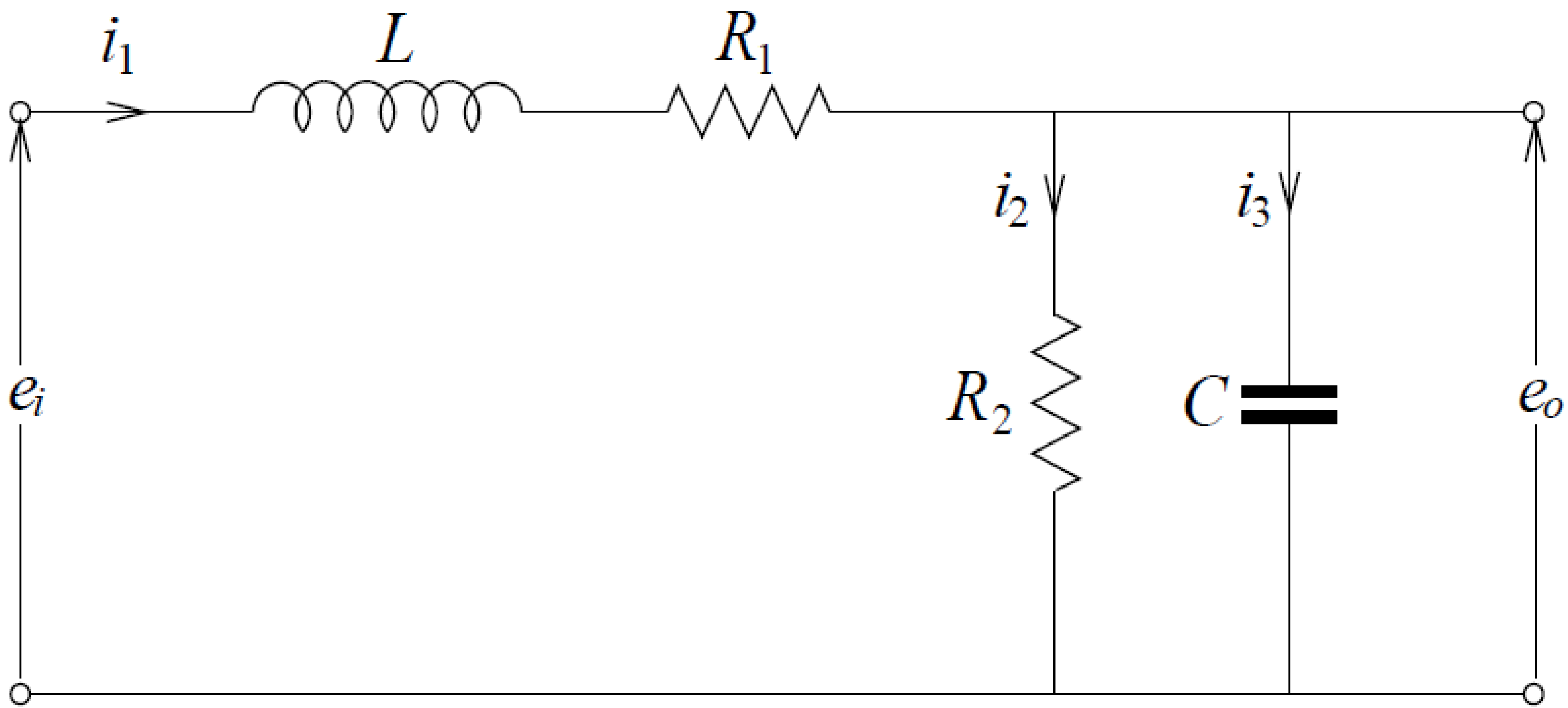
Модел система и математички опис

- **Модел** је упрошћена представа реалног физичког система где се занемарује све оно што сматрамо да није битно за понашање тог система.
- Модел црне кутије (енг. *black-box*)
- **Математички опис**: у основи анализе сигнала и система лежи њихово представљање помоћу одговарајућих једначина, односно формирање математичког модела.
- У зависности од врсте сигнала, математичка функција којом се они моделирају може имати једну или више независних променљивих (најчешће је то време).
- Сигнали и системи се анализирају у временском и фреквентном (комплексном) домену.

Примери модела система

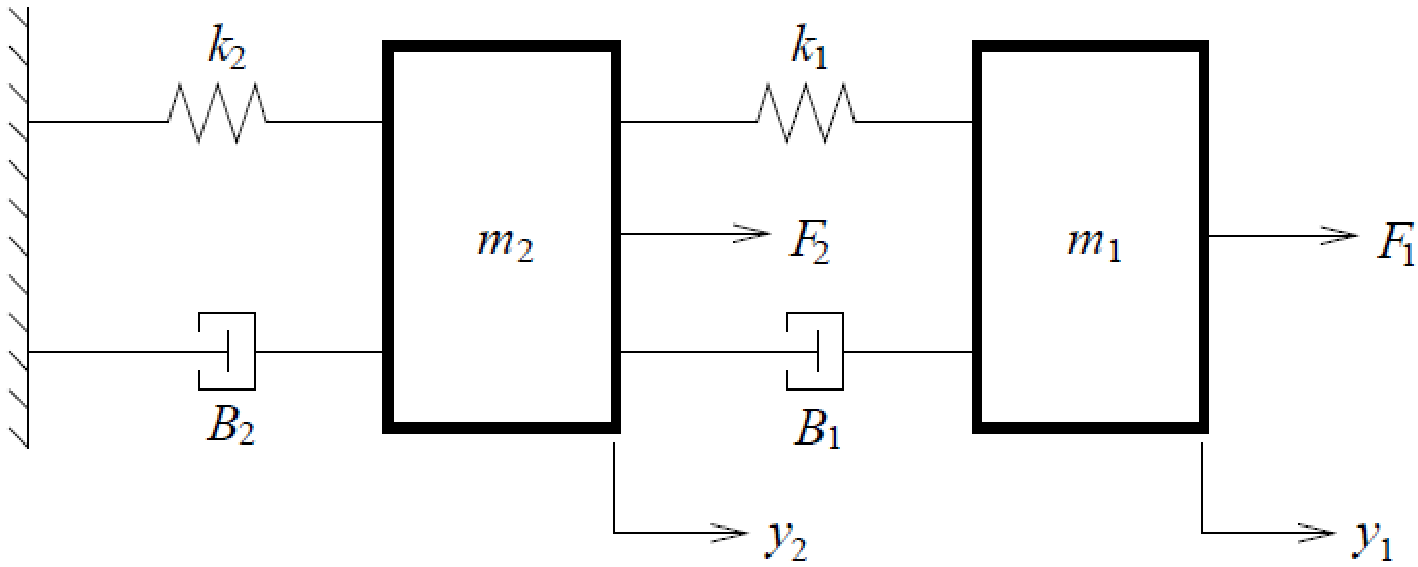
- Модел електричног кола
- Модел механичког система
- Динамика рада срца
- Модел раста јединке у популацији
- Динамика студирања
- Модел штедног рачуна у банци
- Динамика отплате кредита
- Модел система цена–понуда–потражња

Модел електричног кола



$$\frac{d^2e_0(t)}{dt^2}+\left(\frac{L+R_1R_2C}{R_2LC}\right)\frac{de_0(t)}{dt}+\left(\frac{R_1+R_2}{R_2LC}\right)e_0(t)=\frac{1}{LC}e_i(t)$$

Модел механичког система



$$m_1\frac{d^2y_1(t)}{dt^2}+B_1\frac{dy_1(t)}{dt}+k_1y_1(t)-B_1\frac{dy_2(t)}{dt}-k_1y_2(t)=F_1$$

$$-B_1\frac{dy_1(t)}{dt}-k_1y_1(t)+m_2\frac{d^2y_2(t)}{dt^2}+(B_1+B_2)\frac{dy_2(t)}{dt}+(k_1+k_2)y_2(t)=F_2$$

Динамика рада срца

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{2}{\varepsilon}x_1(t) - \frac{1}{\varepsilon}x_2(t) - \frac{1}{\varepsilon}x_3(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -2x_1(t) - 2x_2(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -x_2(t)$$

Где је :

$x_1(t)$ дужина мишићног влакна,

$x_2(t)$ напетост (тензија) влакана изазвана крвним притиском,

$x_3(t)$ утицај електро - хемијских дејстава,

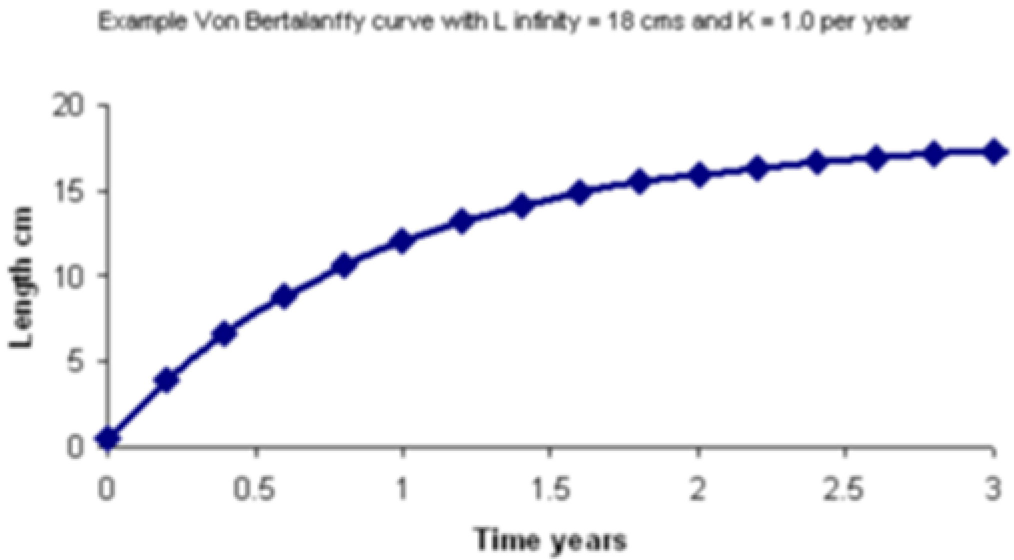
ε мали позитивни број.

Почетни услови за дијастолно стање : $x_1(0) = 1,\ x_2(0) = -1,\ x_3(0) = 0.$

Модел раста јединке у популацији

Вон Берталанфи (1938):

$$\frac{dl}{dt} = K\left(L_\infty - l\right)$$



Где је :

t време,

l дужина,

K стопа раста,

L_∞ асимптотска дужина при којој је раст нула.

Решење : $$l_t = L_\infty\left(1 - e^{-K\left(t - t_0\right)}\right)$$

Динамика студирања

$$x_1(k+1) = \beta_1 x_1(k) + u(k)$$

$$x_2(k+1) = \alpha_1 x_1(k) + \beta_2 x_2(k)$$

$$x_3(k+1) = \alpha_2 x_2(k) + \beta_3 x_3(k)$$

$$y(k) = \alpha_3 x_3(k)$$

Где је :

k година,

$x_i(k)$ број студената уписних на годину i у години k, $i = 1, 2, 3...$

$u(k)$ број бруцоша у години k,

$y(k)$ број дипломираних у години k,

α_i проценат студената који су прошли годину i, при чему је $0 \leq \alpha_i \leq 1$,

β_i проценат студената који су пали годину i, при чему је $0 \leq \beta_i \leq 1$.

Модел штедног рачуна у банци

$$x(k+1) = (1+\rho)x(k) + u(k)$$

$$x(0) = x_0$$

Где је :

k година,

ρ каматна стопа,

$x(k)$ количина новца на почетку године k,

$u(k)$ уштеђен новац на крају године k,

x_0 почетно стање на банковном рачуну.

Динамика отплате кредита

$$y(k+1) = y(k) + r\,y(k) - f(k+1)$$

$$= (1+r)\,y(k) - f(k+1)$$

Где је :

$f(k+1)$ отплата кредита у месецу $k+1$,

$y(k)$ стање главнице дуга у месецу k.

Ануитет је $p = \dfrac{r(1+r)^N}{(1+r)^N - 1} d.$

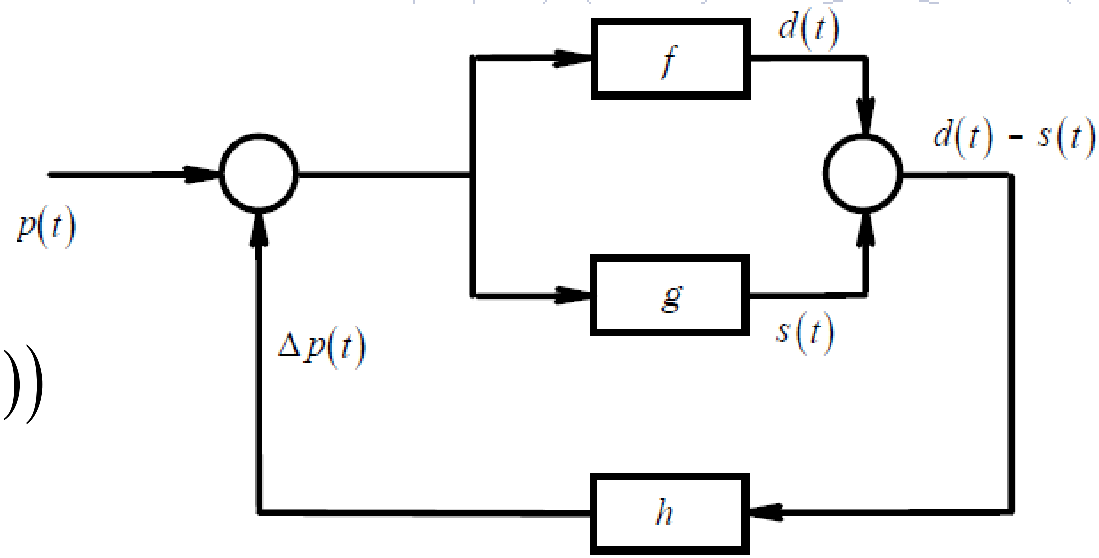
Модел система цена-понуда-потражња (за један производ)

Општи модел:

$$d(t) = f(p(t))$$

$$s(t) = g(p(t))$$

$$\Delta p(t) = h(d(t) - s(t))$$



Где је:

$p(t)$ цена у тренутку t,

$d(t)$ потражња у тренутку t,

$s(t)$ потражња у тренутку t.

Модел система цена-понуда-потражња (за један производ)

Маршалов линеарни модел:

$$d(t) = a + b \cdot p(t)$$

$$s(t) = m + n \cdot p(t)$$

$$\frac{d\ p(t)}{dt} = c \cdot \left(d(t) - s(t)\right)$$

Где је:

$p(t)$ цена у тренутку t,

$d(t)$ потражња у тренутку t,

$s(t)$ потражња у тренутку t.

Класификација система

- Континуални и дискретни
- Статички и динамички
- Линеарни и нелинеарни
- Временски променљиви и инваријантни (стационарни и нестационарни)
- Детерминистички и стохастички
- Каузални и некаузални
- Системи са и без меморије
- Системи са и без повратне спреге

Временски променљиви и инваријантни